

KMAP によるロボットの制御 (3) – 逆動力学による制御

2017 (H29). 11. 30 片柳亮二

【問題】 図 1 に示す 2 リンクマニピュレータのダイナミクスは、図 2 のように表される²⁾。ここで、 m_1, m_2 はリンクの質量、 J_1, J_2 はリンクの重心まわりの慣性モーメント、 τ_1, τ_2 は入力トルク、 B_1, B_2 は粘性摩擦係数、 D_2, D_1 は動摩擦の影響である。なお、マニピュレータは水平の設置されているものとし、重力の影響はないものとする。

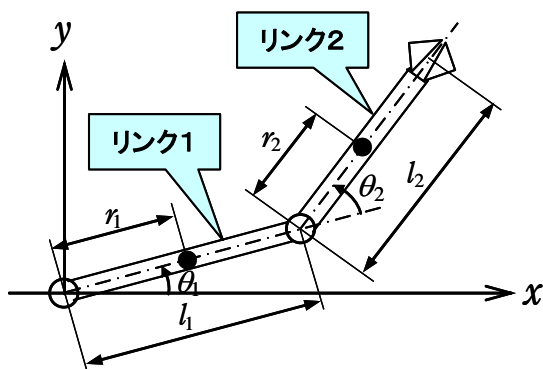


図 1 2 リンクマニピュレータ

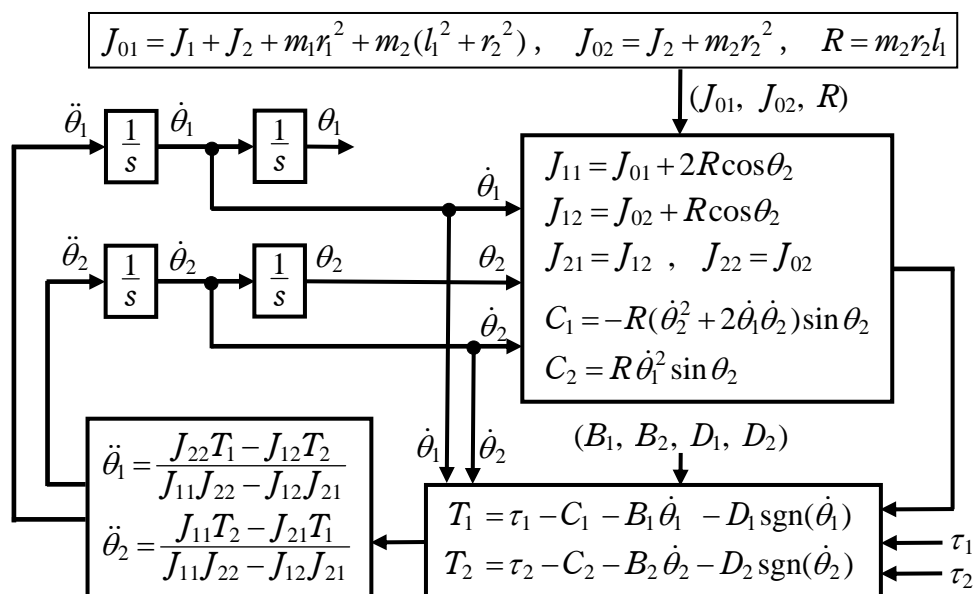


図 2 2 リンクマニピュレータのダイナミクス

いま、リンク角度 $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ とベクトル表現すると、2 リンクマニピュレータのダイナミクスは、次のように表される²⁾。

$$J(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + B \dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \tau \quad (1)$$

ここで、 $J(\theta)$ は慣性行列、 $C(\theta, \dot{\theta})$ は遠心力・コリオリ力、 B は粘性摩擦

係数, $D(\dot{\theta})$ は動摩擦項, $\tau=(\tau_1, \tau_2)^T$ は入力トルクである.

θ および $\dot{\theta}$ は測定可能とし, また2リンクマニピュレータのダイナミクスモデルが次のように正確に推定されたとする.

$$\hat{J}=J, \hat{C}=C, \hat{B}=B, \hat{D}=D \quad (2)$$

このとき, (1)式は次のように表される.

$$\hat{J}(\theta)v + \hat{C}(\theta, \dot{\theta}) + \hat{B}\dot{\theta} + \hat{D}(\dot{\theta}) = \tau \quad (3)$$

ただし, v は次の関係の新しい変数である.

$$\ddot{\theta} = v \quad (4)$$

ここで, ロボットの軌道 θ とモデル軌道 θ_m との誤差を次式で定義する.

$$e = \theta_m - \theta \quad (5)$$

このとき, (4)式の v を次のように仮定する.

$$v = \ddot{\theta}_m + K_{\dot{\theta}}\dot{e} + K_{\theta}e \quad (6)$$

(6)式を(4)式に代入すると, 次の誤差方程式が得られる.

$$\ddot{\theta} = \ddot{\theta}_m + K_{\dot{\theta}}\dot{e} + K_{\theta}e \quad (7)$$

$$\therefore -\ddot{e} = K_{\dot{\theta}}\dot{e} + K_{\theta}e \quad (8)$$

$$\therefore \ddot{e} + K_{\dot{\theta}}\dot{e} + K_{\theta}e = 0 \quad (9)$$

従って, $K_{\dot{\theta}}$ および K_{θ} を適切に選ぶことにより, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ となり, θ が θ_m に追従する系が実現できる. この制御系のブロック図を図3に示す.

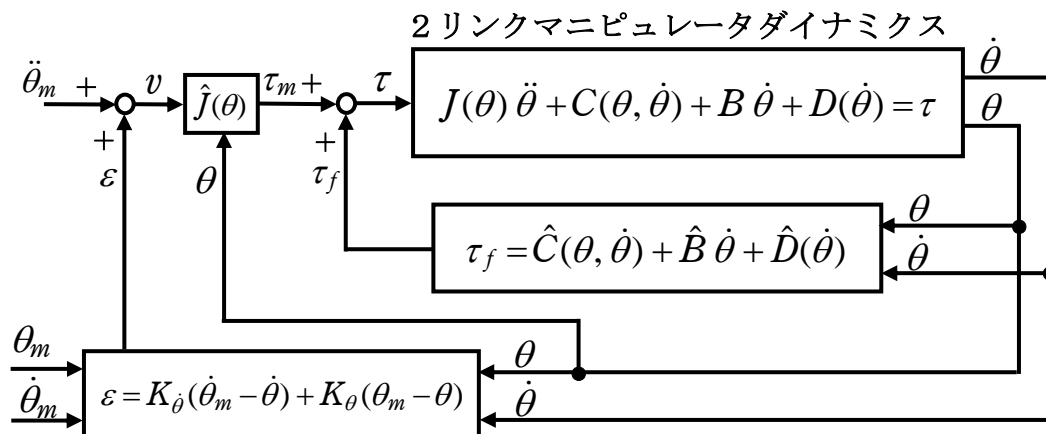


図3 2リンクマニピュレータの逆動力学による制御系(ベクトル表現)

図3の制御系をスカラーで表現すると, 図4のようになる.

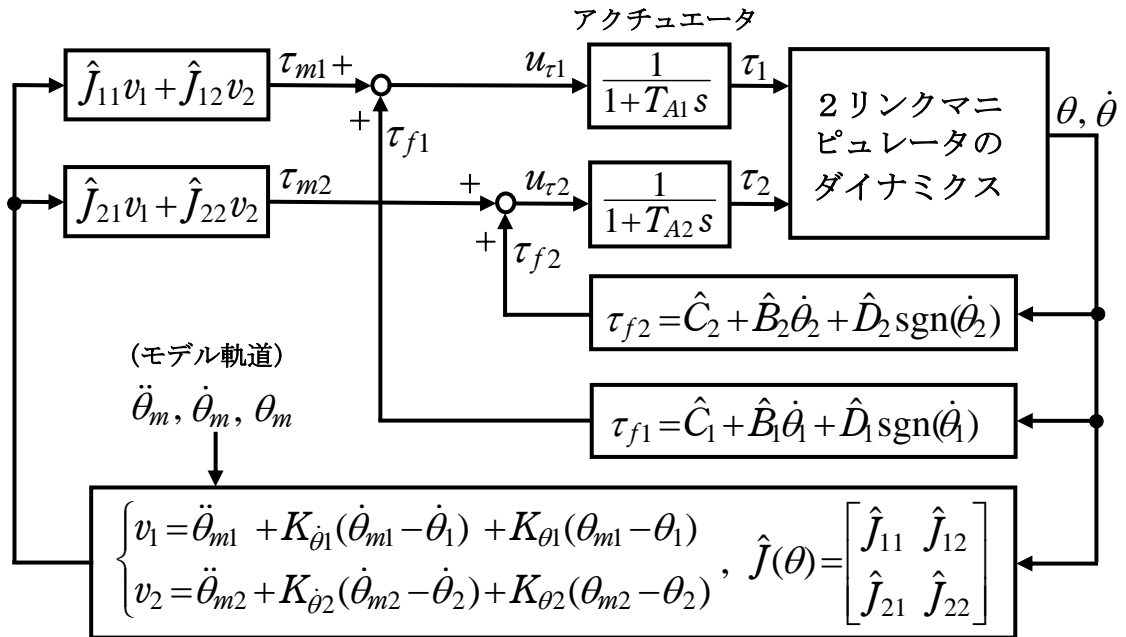


図4 2リンクマニピュレータの逆動力学による制御系(スカラー表現)

いま、モデル軌道を、 $\theta_{m1} = \sin \omega t$ 、 $\theta_{m2} = -1 + \cos \omega t$ 、ただし $\omega = 1$ (rad/s) とした場合の運動を解析せよ。

ただし、ロボットのデータは以下とする³⁾。

$$\begin{aligned} J_{01} &= 1.15 \text{ (kgm}^2\text{)}, & J_{02} &= 0.0758 \text{ (kgm}^2\text{)}, & R &= 0.0414 \text{ (kgm)}, \\ B_1 &= 3.40 \text{ (Nms)}, & B_2 &= 0.468 \text{ (Nms)}, & D_1 &= 7.22 \text{ (Nm)}, & D_2 &= 3.24 \text{ (Nm)} \\ T_{A1} &= T_{A2} = 0.05 \text{ (秒)} \end{aligned}$$

【解】

$K_{\theta_1} = K_{\dot{\theta}_1} = 30$ 、 $K_{\theta_2} = K_{\dot{\theta}_2} = 10$ とした場合に、KMAPで解析してみよう。

KMAP (バージョン 114 以降) を起動して、

- ① 「KMAP***解析内容選択画面」⇒ “4” キーイン
- ② 「データファイル利用方法」⇒ “3” をキーイン
- ③ 「例題ファイルデータの取得」⇒ここでは “3” をキーイン
- ④ 「3:機械システム制御の実際の例題」⇒ “40” キーイン

例題のインプットデータ ⇒ EIGE.PRB4.5-2A.DAT

- ⑤ 「新しいファイル名入力してください」と表示されるので、以下、次のようにキーイン

0 0 1

これで解析計算が実行されて、「解析結果の表示」の画面になる。

```

$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$< 解析結果の表示 >$$$$$$$$$$$$ (KMAP***)$$$$$$$$$$$$
$$ 0 : 表示終了 (次の解析 または 終了へ) $$
$$ 1 : 安定解析図 (f 特, 根軌跡) (Excel を立ち上げてください) $$
$$ (極・零点配置, 根軌跡, 周波数特性などの図が表示できます) $$
$$ (極・零点の数値データは “9” (安定解析結果) で確認できます) $$
$$ 6 : ナイスト線図 (Excel を立ち上げてください) $$
$$ 7 : シミュレーション図 (KMAP (Simu)) (Excel を立ち上げてください) $$
$$ (Z191~Z200 に定義した値をタイムヒストリー図に表示できます) $$
$$ 9 : 釣り合い飛行時のデータおよび安定解析結果 (TES13. DAT) $$
$$ 10 : その他の Excel 図, 101 : KMAP 線図 (1), 102 : KMAP 線図 (2) $$
$$ 14 : 取り扱い説明書 (pdf 資料), (15:インプットデータ表示), (16:Ap, B2 行列表示) $$
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$

```

ここで、「7」とキーインすると、シミュレーション図を次のように Excel 表示させることができる。

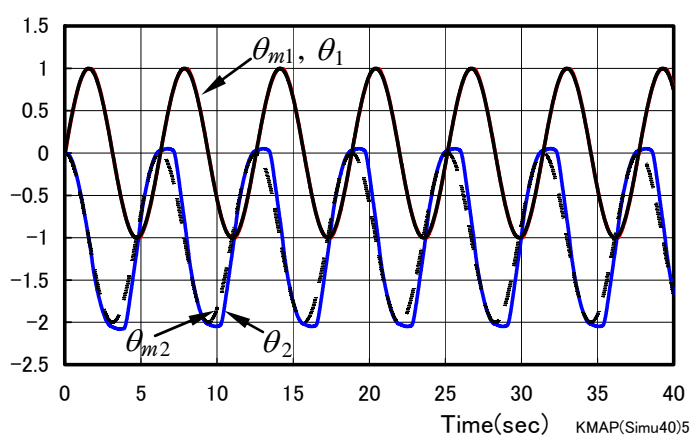


図 5 シミュレーション ($K_{\theta_1}=K_{\dot{\theta}_1}=30$, $K_{\theta_2}=K_{\dot{\theta}_2}=10$)
(EIGE. PRB4. 5-2A. DAT)

図 5 から、リンク 1 および 2 の動きがモデル軌道に追従していることがわかる。

次に、少しゲインを上げて、 $K_{\theta_1}=K_{\dot{\theta}_1}=100$, $K_{\theta_2}=K_{\dot{\theta}_2}=30$ とした場合に、KMAP で解析してみよう。

KMAP (バージョン 114 以降) を起動して、

- ① 「KMAP***解析内容選択画面」 ⇒ “4” キーイン
- ② 「データファイル利用方法」 ⇒ “3” をキーイン
- ③ 「例題ファイルデータの取得」 ⇒ ここでは “3” をキーイン
- ④ 「3:機械システム制御の実際の例題」 ⇒ “41” キーイン

例題のインプットデータ ⇒ EIGE. PRB4. 5-2B. DAT

- ⑤ 「新しいファイル名入力してください」と表示されるので、以下、次のようにキーイン

0 0 1

これで解析計算が実行されて、「解析結果の表示」の画面になる。

```

$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$< 解析結果の表示 >$$$$$$$$$$$ (KMAP***)$$$$$$$$$$$$
$$ 0 : 表示終了 (次の解析 または 終了へ)                                $$
$$ 1 : 安定解析図 (f 特, 根軌跡) (Excel を立ち上げてください)          $$
$$      (極・零点配置, 根軌跡, 周波数特性などの図が表示できます)      $$
$$      (極・零点の数値データは“9”(安定解析結果)で確認できます)      $$
$$ 6 : ナイスト線図 (Excel を立ち上げてください)                        $$
$$ 7 : シミュレーション図 (KMAP (Simu)) (Excel を立ち上げてください)    $$
$$      (Z191~Z200 に定義した値をタイムヒストリー図に表示できます)    $$
$$ 9 : 釣り合い飛行時のデータおよび安定解析結果 (TES13.DAT)           $$
$$ 10 : その他の Excel 図, 101 : KMAP 線図 (1), 102 : KMAP 線図 (2)     $$
$$ 14 : 取り扱い説明書 (pdf 資料), (15:インプットデータ表示), (16:Ap, B2 行列表示) $$
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$

```

ここで、「7」とキーインすると、シミュレーション図を次のように Excel 表示させることができる。

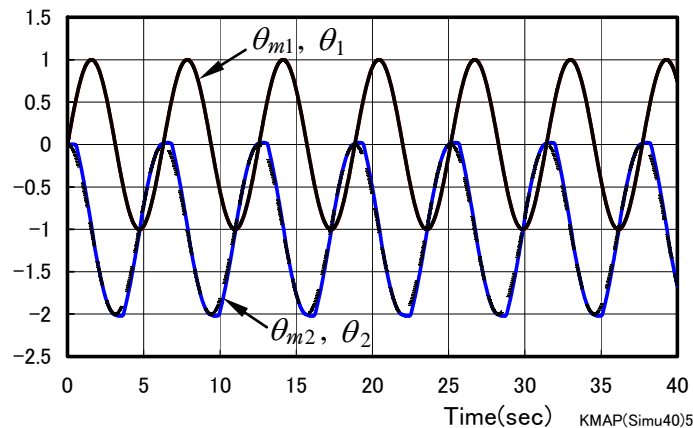


図 6 シミュレーション ($K_{\theta_1} = K_{\dot{\theta}_1} = 100$, $K_{\theta_2} = K_{\dot{\theta}_2} = 30$)
(EIGE. PRB4. 5-2B. DAT)

図 6 から、リンク 1 および 2 の動きがモデル軌道にほとんど一致していることが確認できる。

図 5 のケースのインプットデータを以下に示す。

(同様な問題では、例題ファイルをコピー利用して、数値を変更して解析を行っていくとミスを防ぐことができる)

```

#####(インプットデータ)#####
EIGE. PRB4. 5-2A. DAT
NXP          = 0
tmax (s)     = 40.000
1. NU1-----> 2
   T , U1    0.00      0.00
             60.00      0.00
3. NU3-----> 2
   T , U3    0.00      0.00

```

```

60.00      0.00
5. NU5-----> 2
  T , U5      0.00      0.00
              60.00      0.00
*****10*****20*****30*****40*****50*****60*****70*****
<積分数, IRIG, TDEBUG 時間, 補間関数> 8 0 0.0 0
  <Control System Data>      Hi *---GAIN---NCAL*NO1*NO2*NO3*NGO*LNO
1  Z6=U1*G;                  H 0 0.1000E+01 52 6 1 0 0 0
2  Z7=U3*G;                  H 0 0.1000E+01 52 7 3 0 0 0
3  //
4  Z25=X1*G; (Time(sec))     H 0 0.1000E+01 51 25 0 1 0 0
5  H54=Z25; (Time(sec))     H 0 12 54 25 0 0 0
6  H55=G; (Omega(rad/s))    H 0 0.1000E+01 11 55 0 0 0 0
7  H56=H55*H54; (Omega*t)   H 0 23 56 55 54 0 0
8  //
9  H58=H55*H55; (Omega**2)   H 0 23 58 55 55 0 0
10 H52=FSINR[H56];           H 0 58 52 56 0 0 0
11 H57=FCOSR[H56];           H 0 59 57 56 0 0 0
12 H59=H55*H52; (Omega*sin(Omega*t)) H 0 23 59 55 52 0 0
13 H66=H55*H57; (Omega*cos(Omega*t)) H 0 23 66 55 57 0 0
14 H67=H55*H59; (Omega**2sin) H 0 23 67 55 59 0 0
15 H68=H55*H66; (Omega**2cos) H 0 23 68 55 66 0 0
16 H69=H59*G; (-Omega*sin)   H 0 -0.1000E+01 17 69 59 0 0 0
17 H70=H67*G; (-Omega**2sin) H 0 -0.1000E+01 17 70 67 0 0 0
18 H71=H68*G; (-Omega**2cos) H 0 -0.1000E+01 17 71 68 0 0 0
19 Z38=H52; (THM1)           H 0 54 38 52 0 0 0
20 Z39=H66; (THM1dot)        H 0 54 39 66 0 0 0
21 Z40=H70; (THM1, 2dot)     H 0 54 40 70 0 0 0
22 H72=G;                     H 0 -0.1000E+01 11 72 0 0 0 0
23 H73=H57+H72;              H 0 21 73 57 72 0 0
24 Z41=H73; (THM2)           H 0 54 41 73 0 0 0
25 Z42=H69; (THM2dot)        H 0 54 42 69 0 0 0
26 Z43=H71; (THM2, 2dot)     H 0 54 43 71 0 0 0
27 //
28 Z9={1/S, t>=G} Z8X5; (TH1dot) H 0 0.0000E+00 110 9 8 5 0 0
29 Z10={1/S, t>=G} Z9X3; (TH1) H 0 0.0000E+00 110 10 9 3 0 0
30 Z12={1/S, t>=G} Z11X2; (TH2dot) H 0 0.0000E+00 110 12 11 2 0 0
31 Z13={1/S, t>=G} Z12X4; (TH2) H 0 0.0000E+00 110 13 12 4 0 0
32 //
33 // (Control Law)
34 H62=G; (KTH1)              H 0 0.3000E+02 11 62 0 0 0 0
35 H63=G; (KTH1dot)           H 0 0.3000E+02 11 63 0 0 0 0
36 H64=G; (KTH2)              H 0 0.1000E+02 11 64 0 0 0 0
37 H65=G; (KTH2dot)           H 0 0.1000E+02 11 65 0 0 0 0
38 Z28=Z38-Z10; (THM1-TH1)   H 0 36 28 38 10 0 0
39 Z29=Z28*H62; (KTH1*(THM1-TH1)) H 0 74 29 28 62 0 0
40 Z44=Z39-Z9; (THM1dot-TH1dot) H 0 36 44 39 9 0 0
41 Z30=Z44*H63; (KTH1dot*(THM1dot-TH1dot)) H 0 74 30 44 63 0 0
42 Z45=Z29+Z30;               H 0 35 45 29 30 0 0
43 Z46=Z45+Z40; (v1)         H 0 35 46 45 40 0 0
44 Z32=Z41-Z13; (THM2-TH2)   H 0 36 32 41 13 0 0
45 Z33=Z32*H64; (KTH2*(THM2-TH2)) H 0 74 33 32 64 0 0
46 Z47=Z42-Z12; (THM2dot-TH2dot) H 0 36 47 42 12 0 0
47 Z34=Z47*H65; (KTH2dot*(THM2dot-TH2dot)) H 0 74 34 47 65 0 0
48 Z48=Z33+Z34;               H 0 35 48 33 34 0 0
49 Z49=Z48+Z43; (v2)         H 0 35 49 48 43 0 0
50 //
51 Z50=Z46*H22; (J11v1)       H 0 74 50 46 22 0 0
52 Z51=Z49*H23; (J12v2)       H 0 74 51 49 23 0 0
53 Z52=Z46*H24; (J21v1)       H 0 74 52 46 24 0 0
54 Z53=Z49*H25; (J22v2)       H 0 74 53 49 25 0 0

```

```

55 Z54=Z50+Z51; (taum1)           H 0           35  54  50  51  0  0
56 Z55=Z52+Z53; (taum2)           H 0           35  55  52  53  0  0
57 Z31=Z54-Z15; (Utau1)            H 0           36  31  54  15  0  0
58 Z35=Z55-Z16; (Utau2)            H 0           36  35  55  16  0  0
59 Z58=Z31+Z6; (Uact1)              H 0           35  58  31  6  0  0
60 Z59=Z35+Z7; (Uact2)              H 0           35  59  35  7  0  0
61 //
62 //(Actuator)
63 Z26={1/(1+GS)} Z58X8;            H 0 0.5000E-01 111 26 58 8 0 0
64 Z27={1/(1+GS)} Z59X6;            H 0 0.5000E-01 111 27 59 6 0 0
65 //
66 H1=Z13; (TH2)                     H 0           12  1  13  0  0  0
67 H10=FSINR[H1]; (sinTH2)           H 0           58  10  1  0  0  0
68 H11=FCOSR[H1]; (cosTH2)           H 0           59  11  1  0  0  0
69 //
70 H2=Z9; (TH1dot)                   H 0           12  2  9  0  0  0
71 H3=Z12; (TH2dot)                  H 0           12  3  12  0  0  0
72 H12=H2*H3; (TH1dot*TH2dot)        H 0           23  12  2  3  0  0
73 H13=H2*H2; (TH1dot**2)            H 0           23  13  2  2  0  0
74 H14=H3*H3; (TH2dot**2)            H 0           23  14  3  3  0  0
75 //
76 H17=G; (J01)                       H 0 0.1150E+01 11 17 0 0 0 0
77 H18=G; (J02)                       H 0 0.7580E-01 11 18 0 0 0 0
78 H19=G; (R)                         H 0 0.4140E-01 11 19 0 0 0 0
79 H20=H19*H11; (RcosTH2)            H 0           23  20  19  11  0  0
80 H21=H20*G; (2RcosTH2)             H 0 0.2000E+01 17 21 20 0 0 0
81 H22=H17+H21; (J11)                 H 0           21  22  17  21  0  0
82 H23=H18+H20; (J12)                 H 0           21  23  18  20  0  0
83 H24=H23*G; (J21)                   H 0 0.1000E+01 17 24 23 0 0 0
84 H25=H18*G; (J22)                   H 0 0.1000E+01 17 25 18 0 0 0
85 //
86 H26=H12*G; (2TH1dotTH2dot)         H 0 0.2000E+01 17 26 12 0 0 0
87 H27=H14+H26; (TH2dot**2+2TH1dotTHH 0           21  27  14  26  0  0
88 H28=H19*H27; (R*H27)               H 0           23  28  19  27  0  0
89 H29=H28*G; (-R*H28)                H 0 -0.1000E+01 17 29 28 0 0 0
90 H30=H29*H10; (C1)                  H 0           23  30  29  10  0  0
91 H31=H19*H13; (R*TH1dot**2)         H 0           23  31  19  13  0  0
92 H32=H31*H10; (C2)                  H 0           23  32  31  10  0  0
93 H60=H30*G; (-C1)                   H 0 -0.1000E+01 17 60 30 0 0 0
94 H61=H32*G; (-C2)                   H 0 -0.1000E+01 17 61 32 0 0 0
95 //
96 H33=G; (B1)                         H 0 0.3400E+01 11 33 0 0 0 0
97 H34=G; (B2)                         H 0 0.4680E+00 11 34 0 0 0 0
98 H35=G; (D1)                         H 0 0.7220E+01 11 35 0 0 0 0
99 H36=G; (D2)                         H 0 0.3240E+01 11 36 0 0 0 0
100 H39=H33*H2; (B1*TH1dot)            H 0           23  39  33  2  0  0
101 H40=H34*H3; (B2*TH2dot)            H 0           23  40  34  3  0  0
102 //
103 //(dead band)
104 Z36={Deadband} Z9;                  H 0 0.1000E-01 89 36 9 0 0 0
105 Z37={Deadband} Z12;                 H 0 0.1000E-01 89 37 12 0 0 0
106 H41=Z36;                             H 0           12  41  36  0  0  0
107 H42=Z37;                             H 0           12  42  37  0  0  0
108 //
109 H15=FSIGN[H35, H41]; (D1sgnTH1dot) H 0           16  15  35  41  0  0
110 H16=FSIGN[H36, H42]; (D2sgnTH2dot) H 0           16  16  36  42  0  0
111 H45=H60-H39; (-C1-B1TH1dot)         H 0           22  45  60  39  0  0
112 H46=H61-H40; (-C2-B2TH2dot)         H 0           22  46  61  40  0  0
113 H47=H45-H15; (-C1-B1TH1dot-D1sgnTH 0           22  47  45  15  0  0
114 H48=H46-H16; (-C2-B2TH2dot-D2sgnTH 0           22  48  46  16  0  0
115 Z15=H47; (-C1-B1TH1dot-D1sgnTH1doH 0           54  15  47  0  0  0

```

```

116 Z16=H48; (-C2-B2TH2dot-D2sgnTH2doH 0 54 16 48 0 0 0
117 Z17=Z26+Z15; (T1) H 0 35 17 26 15 0 0
118 Z18=Z27+Z16; (T2) H 0 35 18 27 16 0 0
119 //
120 H49=H22*H25; (J11J22) H 0 23 49 22 25 0 0
121 H50=H23*H24; (J12J21) H 0 23 50 23 24 0 0
122 H51=H49-H50; (J11J22-J12J21) H 0 22 51 49 50 0 0
123 Z19=Z17*H25; (J22T1) H 0 74 19 17 25 0 0
124 Z20=Z18*H23; (J12T2) H 0 74 20 18 23 0 0
125 Z21=Z19-Z20; (J22T1-J12T2) H 0 36 21 19 20 0 0
126 Z22=Z18*H22; (J11T2) H 0 74 22 18 22 0 0
127 Z23=Z17*H24; (J21T1) H 0 74 23 17 24 0 0
128 Z24=Z22-Z23; (J11T2-J21T1) H 0 36 24 22 23 0 0
129 Z8=Z21/H51; (TH1, 2dot) (rad) H 0 75 8 21 51 0 0
130 Z11=Z24/H51; (TH2, 2dot) (rad) H 0 75 11 24 51 0 0
131 //
132 //Z14={RGAIN(De)} Z6;
133 Z99=Z10*G; (TH1) H 0 0.1000E+01 53 99 10 0 0 0
134 //-----
135 R6=Z99; H 0 101 6 99 0 0 0
136 //シミュレーション用出力 (Z191~Z200)
137 Z191=Z99*G; (TH1) H 0 0.1000E+01 53 191 99 0 0 0
138 Z192=Z13*G; (TH2) H 0 0.1000E+01 53 192 13 0 0 0
139 Z193=Z38*G; (THM1) H 0 0.1000E+01 53 193 38 0 0 0
140 Z194=Z41*G; (THM2) H 0 0.1000E+01 53 194 41 0 0 0
141 //
142 //(最後に次の END 文が必要)
143 {Pitch Data END}; H 0 899 0 0 0 0 0
144 {Control Data END}; H 0 999 0 0 0 0 0
----- (DATA END) -----

```

このインプットデータの制御則部は、「解析結果の表示」画面で「101」および「102」とキーインすると、次の KMAP 線図で確認できる。

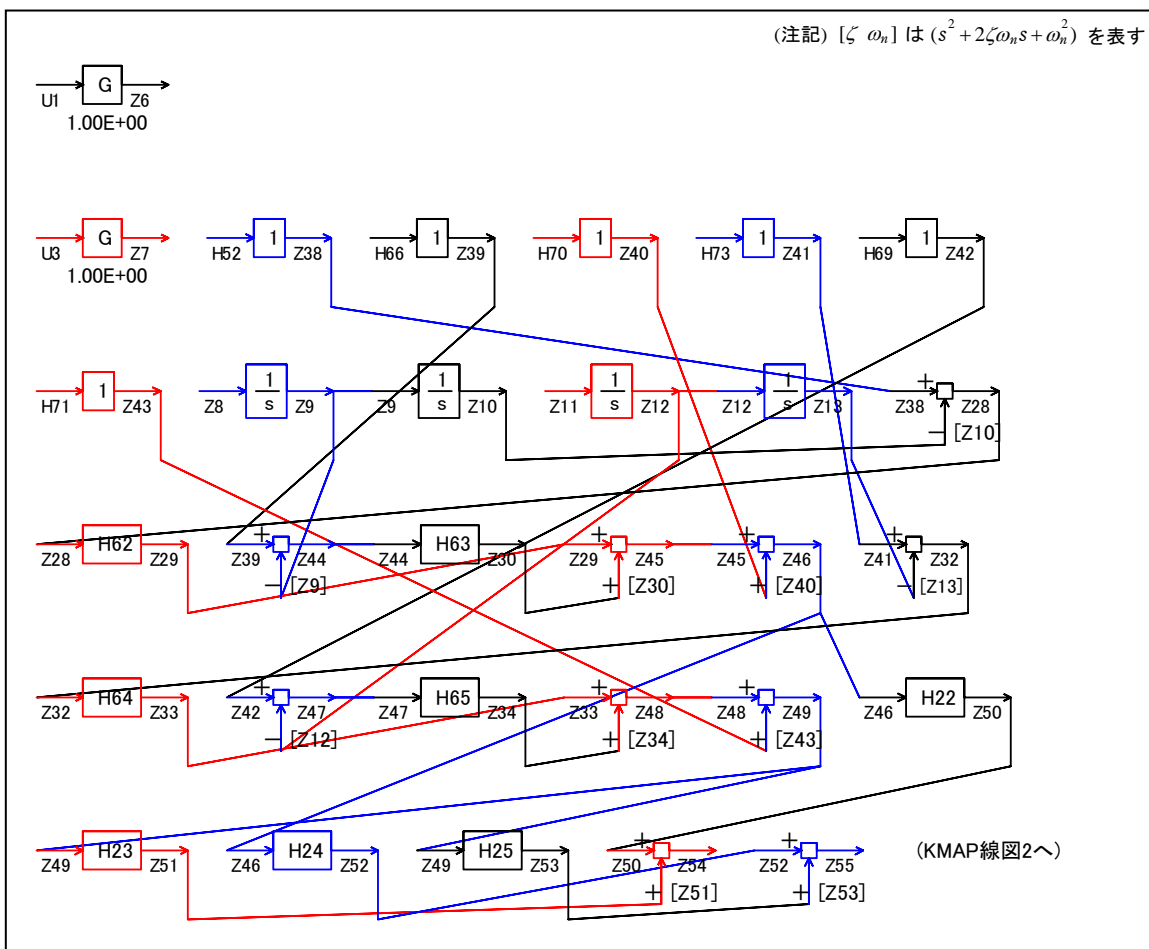


図 7 KMAP 線図 (1/2)

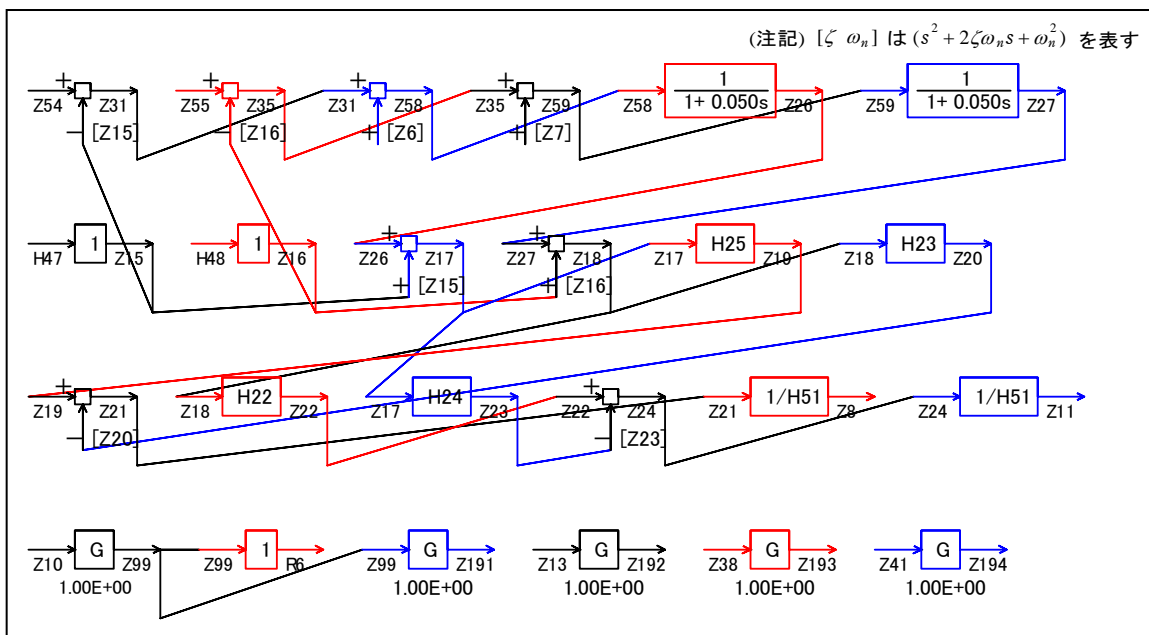


図 8 KMAP 線図 (2/2)

図 7, 図 8 の KMAP 線図は, インプットデータの制御則部をそのデータ順に図にしたもので, 信号の流れにミスがないか確認するのに便利である.

図 9, 図 10 の KMAP-H 線図は, 計算に用いられる中間変数 H についての信号の流れを図にしたものである.

(参考図書)

- 1) 片柳亮二：初学者のための KMAP 入門，産業図書，2012.
- 2) 片柳亮二：機械システム制御の実際－航空機，ロボット，工作機械，自動車，船および水中ビークル，産業図書，2013.
- 3) 計測自動制御学会編：ロボット制御の実際，コロナ社，1997.

以上